

離散数学

[] $A[i]$ を i 番目の要素にもつ長さが n である実数の入力配列 $A[1], \dots, A[i], \dots, A[n]$ に対して, あるアルゴリズムを施したとする. そのアルゴリズムを記述する擬似コードは次の通りである.

```

for j ← 2 to n
  do key ← A[j]
  i ← j - 1
  while i > 0 and A[i] > key
    do A[i + 1] ← A[i]
    i ← i - 1
  A[i + 1] ← key
  
```

ただし, key は実変数, \leftarrow は算術代入を意味する.

アルゴリズムの出力として配列 $A[1], \dots, A[n]$ はどんな性質をもつかを述べよ. また, その理由を説明せよ.

[] 2次元平面上の点 V_1, V_2, V_3 を頂点にもつ三角形 $V_1V_2V_3$ の分割を考える. $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ をそれぞれ V_1, V_2, V_3 の直交座標とする. 図1に示すように, 三角形 $V_1V_2V_3$ の内部または边上の点 $P = (x, y)$ に対して

$$p_1 = \frac{S(P, V_2, V_3)}{S(V_1, V_2, V_3)}, \quad p_2 = \frac{S(V_1, P, V_3)}{S(V_1, V_2, V_3)}, \quad p_3 = \frac{S(V_1, V_2, P)}{S(V_1, V_2, V_3)}$$

と定義された数の組 (p_1, p_2, p_3) を三角形 $V_1V_2V_3$ における点 P の重心座標という. ただし, $S(A, B, C)$ は点 A, B, C を頂点にもつ三角形 ABC (三つの頂点が同じ直線上にある場合をも含む) の面積を表す. たとえば, V_1, V_2, V_3 の重心座標はそれぞれ $(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)$ である. 重心座標は, $p_1 + p_2 + p_3 = 1$ を満たす. また直交座標 (x, y) への変換は

$$x = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + x_3 * p_3, \quad y = y_1 * p_1 + y_2 * p_2 + y_3 * p_3$$

を用いればよい.

そこで, 各辺を n 等分して, 図2に示すように三角形 $V_1V_2V_3$ を等分割することを考える.

- 1) 図2の点 P の重心座標を求めよ.
- 2) 重心座標を用いて, 辺を含むすべての交点の直交座標を求めるアルゴリズムを擬似コード (Fortran などのプログラミング言語も可) で記述せよ.

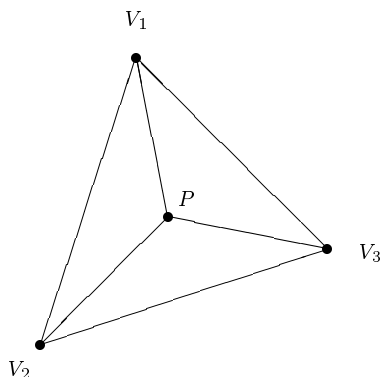


図1

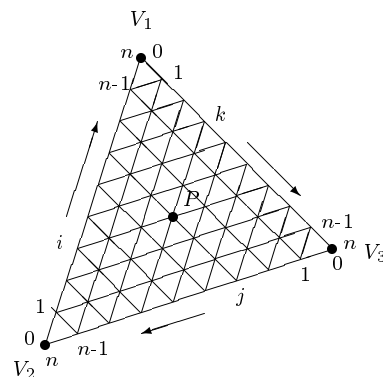


図2