基礎数学（線形代数）

1. 次の行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & 1 \end{pmatrix}$$

について以下の問に答えよ.

1) A の固有値を求めよ.

2) A の正規化された固有ベクトルを求めよ.

3) $A = UDU^{-1}$ となるような対角行列 D と直交行列 U を求めよ.

4) A^n を求めよ.

2. 次の 2 つの n 次行列式の値を求めよ．ただし，書いてない要素は 0 とする.

1)

$$T_n = \begin{vmatrix} 1 & -1 & & & & & \\ -1 & 2 & -1 & & & & \\ & -1 & 2 & -1 & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & & -1 & 2 & -1 \\ & & & & & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

2)

$$F_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & \cdots & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 & \cdots & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots & 4 & 4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots & n-1 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots & n-1 & n \end{vmatrix}$$